

# AUTOMATAS CELULARES: AUTOMATAS UNIDIMENSIONALES

C. Fernández Rodríguez

Centro Nacional de Investigaciones Científicas

**Abstract.** In this paper, it is made an analysis of the unidimensional automaton's behavior and is studied some of their outstanding features. It will let us a better familiarization and introduction of bidimensionales and tridimensionales automaton's.

**Resumen.** En este trabajo se hace un análisis del comportamiento de los autómatas unidimensionales así como de algunas consideraciones sobre sus características más sobresalientes, lo que permitirá una adecuada familiarización con los mismos y la introducción a los autómatas bidimensionales y tridimensionales.

## INTRODUCCION

No se puede hablar de autómatas celulares sin mencionar al precursor de ellos: von Neumann, el cual fue el primero en desarrollar una teoría, (1) en la actualidad las aplicaciones de los autómatas celulares se han extendidos considerablemente. (2,3)

A principios de la década del 70 apareció el más famoso de los autómatas celulares: "El juego de la vida". (4) El cual con reglas deterministas totalistas muy simples, genera comportamientos interesantes y complejos. (5,6)

Posteriormente y fundamentalmente en los últimos años se ha incrementado tanto el estudio de propiedades globales, algebraicas de los autómatas celulares (7,9) así como el campo de sus aplicaciones.

### Definición

La definición, más acertada de autómatas celulares, es la dada por Hogeweg. (10) Un **Autómata Celular** está definido por una gran red de idénticos estados finitos (células), que a su vez se define como una terna  $\langle I, S, F \rangle$ , donde  $I$  es el conjunto de entradas;  $S$  el conjunto de estados ( $\text{Dim}(S) = k < \infty$ ) y  $F$  la función del estado próximo;  $F: I \times S \rightarrow S$ . El conjunto de entradas está definido como un  $n$ -uplos ordenados de un conjunto finito de "células vecinas".

En otras palabras podemos resumir que un **Autómata Celular** no es más que un sistema dinámico discreto, el cual está generado por una serie de reglas predefinidas, las cuales a su vez dependen de las células vecinas.

Vecindad de células activas: no es más que el grupo de células que influyen en el comportamiento de una célula.

En dependencia de estas reglas podemos dividirlo en:

- Autómatas probabilísticos
- Autómatas deterministas
- Autómatas híbridos.

### Autómatas celulares unidimensionales

No por ser los más simples y estudiados deja de tener interés en la actualidad el análisis de los autómatas celulares unidimensionales, debido a que ellos generan comportamientos muy complejos, por ejemplo, generadores geométricos (fractales). Al analizar los autómatas unidimensionales  $A(k, r)$ , donde cada célula puede tomar  $k$  estados  $(0, 1, \dots, k-1)$  y con una vecindad de células activas de radio  $r$ , el estado  $i$  en el tiempo  $t$  depende de la regla que actúa sobre los estados  $i-r, i-r+1, \dots, i, \dots, i+r-1, i+r$  en el tiempo  $t-1$ . Por lo que se dispone de  $P_k(K^{2r+1})$  donde  $P_k(x) = k^x$ , reglas.

Para una mejor comprensión se enumera cada una de estas reglas por medio de la siguiente fórmula:

$$NR = \sum_{i=0}^{2r+1} a_i 2^i$$

donde  $a_i$ ,  $S_i$ , no es más que el valor de  $F$  dado los estados de la vecindad activa  $(i-r, \dots, i, \dots, i+r)$  en el tiempo  $t-1$ , y a través de la siguiente

tabla se puede apreciar más claramente la ley de enumeración de las reglas:

$I \times S$	$F(i)$
0 0 0	$a_0$
0 0 1	$a_1$
0 1 0	$a_2$
0 1 1	$a_3$
1 0 0	$a_4$
1 0 1	$a_5$
1 1 0	$a_6$
1 1 1	$a_7$

Luego con esta enumeración queda determinada unívocamente cada regla con su número NR. Por ejemplo, al autómata definiendo por:

$$a_i^{t+1} = (a_{i-1}^t + a_{i+1}^t) \text{ MOD } 2$$

le corresponde el número NR = 90.

De hecho la regla 0 y 255 no prestan el mayor interés, pues independientemente del valor inicial o semilla llegamos a un comportamiento estable, dichas reglas poseen los atractores  $(0, 0, \dots, 0, 0)$  y  $(1, 1, \dots, 1, 1)$  respectivamente, luego a todos los autómatas que converjan a comportamientos estables, son clasificados como autómatas celulares de clase 1. Por otra parte si su comportamiento es periódico (independientemente de la dimensión del período) lo ubicaremos en la clase 2, por lo que la clase 3 estaría reservada para los que generan comportamientos uniformes aperiódicos (aquí están incluidos los fractales), (11, 12) por último en la clase 4 se agrupan los autómatas con comportamientos aperiódicos desordenados o caóticos. (13)

Pero de las 256 reglas no todas son interesantes, primeramente se eliminan las impares, debido a que incluyen a  $a_0 = 1$  lo cual significaría la aparición de "vida" a partir de "células muertas" lo cual sería una hipótesis absurda dentro de cualquier descripción de fenómenos naturales y además se observa que una asimetría tampoco tiene sentido, pues el mismo efecto causa una "célula viva" a la izquierda que a la derecha. Por lo tanto, el conjunto de autómatas se reduce a los 32 autómatas legales, los que cumplen con las siguientes propiedades:

- a)  $F(000) = 0$
- b)  $F(100) = F(001)$
- $F(110) = F(011)$

Ahora quedarían por analizar los 32 autómatas con la siguiente enumeración:

0	4	18	22	32	36	50	54	72	76	90	94	104	108
122	126	128	132	146	150	160	164	178	182	200			
204	218	222	232	236	250	254							

Analizando su comportamiento se pueden clasificar en una de las 3 primeras clases de autómatas, aunque se da el caso de que al variar las condiciones iniciales (semilla) se comportan como autómatas de diferentes clases y otros que se estabilizan a distintos atractores, por lo se distribuyen de la siguiente manera:

Clase # 1:	0	4	32	36	72	76	94	104	108	128	132
	160	164	200	204	218	222	232	236	250	254	

Clase # 2: 50 54\* 94\* 108\* 122 178\* 250

Clase # 3: 18 22 90 122\* 126 146 150 182 218\*.

Se ha denotado con \* las reglas que cambian de clases, al variar la "semilla" y con + a las que varían simplemente la longitud

**TABLA 1**

Regla #	s1	s2a	s2b	Semillas				s3d
				s2c	s3a	s3b	s3c	
0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	Inv.	Inv.	Inv.	0	Inv.	0	Inv.	Est.
18	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
22	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
32	0	0	0	0	0	0	0	0
36	Inv.	Inv.	0	0	Inv.	0	0	0
50	P2	P2	P2	P2	P2	P2	P2	P2
54	P2	P2	P2	P4	P4	P4	P4	P4
72	0	0	0	Est.	0	0	0	Est.
76	Inv.	Inv.	0	0	Inv.	0	0	0
90	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
94	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
104	0	0	0	Est.	0	0	0	0
108	Inv.	Inv.	P2	Inv.	Inv.	P2	Est.	Est.
122	P2	C3	P2	C3	P2	C3	P2	C3
126	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
128	0	0	0	0	0	0	0	0
132	Inv.	Inv.	Inv.	0	Inv.	Est.	Inv.	Est.
146	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
150	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
160	0	0	0	0	0	0	0	0
164	Inv.	Inv.	Est.	0	Inv.	Est.	Est.	0
178	P2	P2	P2	P2	P2	P2	P2	P2
182	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
200	0	0	0	Est.	0	Inv.	0	Est.
204	Inv.	Inv.	Inv.	Inv.	Inv.	Inv.	Inv.	Inv.
218	C3	1	C3	1	C3	1	C3	1
222	1	1	Est.	1	Est.	1	Est.	Est.
232	0	0	0	Est.	0	Inv.	0	Est.
236	Inv.	Inv.	Est.	Est.	Inv.	Inv.	Est.	Est.
250	P2	1	P2	1	P2	1	P2	1
254	1	1	1	1	1	1	1	1

Entre las simbologías utilizadas en las tablas están las siguientes:

1 = Significa que se estabiliza al atractor (1,....,1).

0 = Significa que se estabiliza al atractor (0,....,0).

Inv. = Se mantiene generando la propia semilla.

Est. = Converge a algún otro atractor.

P# = Mantiene un comportamiento periódico, cuya longitud coincide con #.

C3 = Significa que pertenece a la clase 3.

A continuación se presenta la relación de las semillas utilizadas para medir el comportamiento de cada una de las reglas:

s1 = Consta de solamente una célula viva.

s2a = Consta de dos células vivas aisladas.

s2b = Consta de dos células vivas dentro del radio de acción de las reglas.

s2c = Consta de una célula doble.

s3a = Consta de tres células vivas aisladas.

s3b = Consta de una célula triple.

s3c = Consta de tres células vivas, separadas entre sí por una célula muerta.

s3d = Consta de una célula doble y otra simple dentro del radio de acción de las reglas.

s3e = Consta de una célula doble y otra simple aisladas.

s4a = Consta de cuatro células vivas aisladas.

s4b = Consta de dos células dobles aisladas.

sa1,sa2,sa3,sa4,sa5 = Son semillas aleatorias, en la que cada una de las células tiene probabilidad 0,5 de estar viva.

En la Figura 1 se aprecia el comportamiento del autómata celular generado con la regla # 126 partiendo de la semilla s1 y en la Figura 2 al usar una semilla aleatoria (sa3).

## CONCLUSIONES

Se puede apreciar que los autómatas que varían de clases dadas distintas semillas, al situarse esas semillas aisladas van

del período, en la tabla que a continuación se muestra, se ve el comportamiento de cada una de las reglas ante varias "semillas" específicas (ver Tablas 1 y 2).

**TABLA 2**

Regla #	s3e	s4a	s4b	Semillas				
				sa1	sa2	sa3	sa4	sa5
0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	Est.	Inv.	0	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
18	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
22	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
32	0	0	0	0	0	0	0	0
36	Est.	Inv.	0	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
50	P2	P2	P2	P2	P2	P2	P2	P2
54	P2	P2	P4	P4	P4	P4	P4	P4
72	Est.	0	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
76	Est.	Inv.	0	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
90	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
94	Est.	Est.	P2	P4	P4	P4	P4	P4
104	Est.	0	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
108	Est.	Inv.	Inv.	P2	P2	P2	P2	P2
122	C3	P2	C3	C3	C3	C3	C3	C3
126	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
128	0	0	0	0	0	0	0	0
132	Est.	Inv.	0	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
146	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
150	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
160	0	0	0	0	0	0	0	0
164	Est.	Inv.	0	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
178	P2	P2	P2	P2	P2	P2	P2	P2
182	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
200	Est.	0	Inv.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
204	Inv.	Inv.	Inv.	Inv.	Inv.	Inv.	Inv.	Inv.
218	1	C3	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
222	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
232	Est.	0	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
236	Est.	Inv.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.	Est.
250	1	P2	1	P2	P2	P2	P2	P2
254	1	1	1	1	1	1	1	1

generando simultáneamente ambos comportamientos hasta que se fusionan y comienzan a generar el comportamiento de mayor prioridad, coincidiendo el orden de prioridad con el número de clase del autómata para los del tipo A(2,1). Por otra parte se puede resumir que de los 32 autómatas legales del tipo A(2,1) los de mayor interés son los siguientes: 18, 22, 90, 126, 146, 150 y 182. Es decir, se ha reducido la lista a solamente 10 autómatas si se incluyen a estos además el 54, 122 y 218. Se implementó un programa en Turbo Pascal (versión 5.5) con el cual se puede escoger la regla deseada de los autómatas del tipo A(2,1), así como la semilla y el número de generaciones con que se desea visualizar el comportamiento de dicha regla.

## BIBLIOGRAFIA

1. NEUMANN, J. V.: *Theory of self-Reproducing Automata*. University of Illinois Press Urbana/London, 1966.
2. MARGOLUS, N., T. TOFFOLI and G. VICHNIAC: "Cellular-Automata Supercomputers for Fluid-Dynamics Modeling", *Physical Review Letters*. Vol. 56, No. 16: 1694-1696, 1986.
3. SALEM, J. B. and S. WOLFRAM: "Thermodynamics and Hydrodynamics with Cellular Automata", *World Scientific Press*, Singapore, pp. 362-366, 1986.
4. WILSON, G.: "The Life and Times of Cellular Automata". *New Scientist*, October 8, 1988.
5. GARDNER, M.: "Mathematical games: The fantastic combinations of John Conway's new solitary game of "Life"", *Sci. Amer.*, October, 120-123, 1970.
6. ————: "Mathematical games: On Cellular automata, self-reproduction, the Garden of Eden and the game of "Life"", *Sci. Amer.*, Feb.: 112-117, 1971.
7. JEN, E.: "Global Properties of Cellular Automata", *Journal of Statistical Physics*, Vol 43, No 1/2: 219-243, 1986.
8. ————: "Invariant Strings and Pattern-Recognizing. Properties of One-Dimensional Cellular Automata", *Journal of Statistical Physics*, Vol 43, No 1/2: 243-265, 1986.

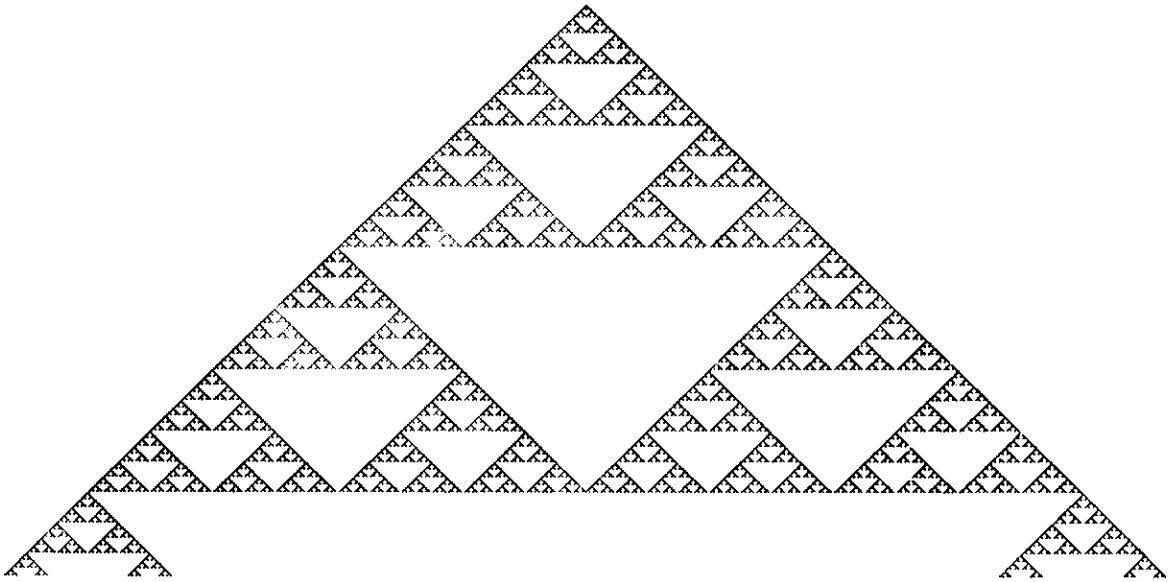


FIGURA 1. Comportamiento de la Regla 126 ante la "semilla" s1.

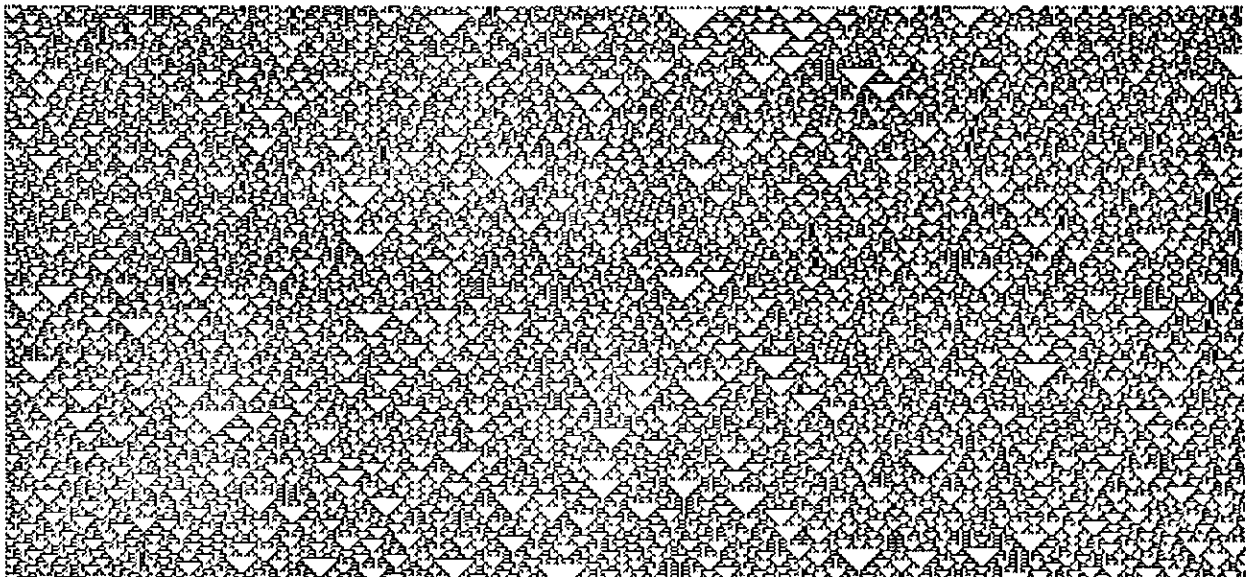


FIGURA 2. Comportamiento de la Regla 126 ante la "semilla" aleatoria sa3.

9. MARTIN, O., A.M. ODLYZKO and S. WOLFRAM: "Algebraic Properties of Cellular Automata", *Commun. Math. Phys.*, Vol 93: 219-258, 1984.
10. HOGEWEG, P.: "Cellular Automata as a Paradigm for Ecological Modeling", *Applied Mathematics and computation*, Vol 27: 81-100, 1988.

11. KANEKO, K.: "Attractors, Basin Structures and Information Processing in Cellular Automata", *World Scientist Press*, Singapore, pp. 367-3, 1986.
12. WILSON, S. J.: "Cellular Automata can generate fractals", *Discrete Appl. Math.*, Vol 8: 91-99, 1984.
13. AOKI, K. and N. MUGIBAYASHI: "Cellular automata and coupled chaos developed in a lattice chain of N equivalent switching elements", *Phys. Lett.*, Vol 114A, No 8/9: 425-429, 1986.

# SAMA

## SISTEMA AUTOMATIZADO PARA EL CONTROL DE LA CALIDAD DE LAS AGUAS

### ERRORES EN LA MEDICION

- pH :  $\pm 0,02$
- Conductividad :  $\pm 5 \%$
- Temperatura :  $\pm 0,3$  grados Celsius
- Potencial :  $\pm 0,1$  mV

El sistema está constituido por:

- Equipos electrónicos ECCA-1, ECCA-2, ECCA-3 los cuales miden pH, conductividad, temperatura, oxígeno disuelto y potencial
- Paquete SAMA con cinco programas de computación
- Electrodo y celda de conductividad
- Soluciones amortiguadoras y patrones

### DESCRIPCION

Los equipos ECCA son equipos portátiles digitales que están diseñados para el trabajo en el campo y contemplan la posibilidad de su utilización en los laboratorios. Tienen la posibilidad de realizar mediciones *in situ* con gran exactitud lo que permite ejecutar determinaciones rápidas y seguras sin requerir el traslado de muestras. Admiten cualquier tipo de electrodo y celda de conductividad por tener un rango amplio de pendiente y ajuste de cero.

SAMA es un sistema que a partir del conocimiento de los valores de temperatura, pH y conductividad a una temperatura constante de 25 grados Celsius y la concentración de aniones y cationes en el agua calcula:

- Veinticuatro relaciones iónicas de interés geo-químico
- El tipo de agua
- El grado de saturación en minerales que presente el agua
- El contenido de CO<sub>2</sub> disuelto
- La conductividad eléctrica teórica con vistas a corroborar la precisión de los análisis o completar la información hidroquímica

PRODUCIDO Y EXPORTADO POR:  
PRODUCED AND EXPORTED BY:

**Centro Nacional de Investigaciones Científicas**

Avenida 25 y calle 158, Cubanacán, Playa  
Ciudad de La Habana, Cuba

Apartados Postales 6880 y 6990

Teléfono: 21 8066 Télex: 51 1582 CNIC CU

