

MODELACION MATEMATICA DE UNA EPIDEMIA DE GRIPE EN LA CIUDAD DE LA HABANA

A. Aguirre Jaime y E. González Ochoa

Instituto de Medicina Tropical "Pedro Kouri", Ciudad de La Habana, Cuba

ABSTRACT. Between February 15th and April 17th, 1988 an intensive epidemic of influenza took place in the city of Havana producing a high morbidity among population. Epidemiological Surveillance System recognized the epidemical activity of influenza two weeks after starting and begins its modelation and forecast. This paper describes the methods used and results obtained.

RESUMEN. Entre el 15 de febrero y el 17 de abril de 1988 una intensa epidemia de gripe azotó la Ciudad de La Habana causando una gran morbilidad entre la población. El Sistema de Vigilancia Epidemiológica detectó la actividad epidémica de gripe a las dos semanas de haber comenzado y procedió a su modelación y pronóstico. Este artículo describe de una forma breve los métodos utilizados y los resultados alcanzados.

INTRODUCCION

En 1971 bajo la dirección de Yuri G. Ivannikov se produjo en el Centro Nacional de Control de la Gripe, en Leningrado, la prueba del modelo de simulación y pronóstico de epidemias de gripe de L.A. Rvachev y O.V. Baroyan. La prueba se realizó en condiciones de desarrollo de una epidemia real de gripe y los resultados obtenidos fueron tan espectaculares que al año siguiente se oficializó su utilización por el Ministerio de Salud Pública de la Unión Soviética.¹⁻¹³ Este modelo representa la primera aplicación con fines prácticos de los trabajos sobre modelación de epidemias comenzados por D. Bernoulli el 30 de abril de 1760.¹⁴⁻¹⁵ El modelo, de naturaleza determinística, consta de dos realizaciones: el pronóstico a nivel de centro urbano local (modelo local) y el pronóstico de epidemias a nivel de todo el territorio del país (modelo global). Un desarrollo estocástico del modelo ha sido realizado por investigadores del Grupo de Biomatemáticas del Instituto Nacional de Investigaciones Médicas (INSERM) de la Universidad de París en con resultados prácticos aceptables.¹⁶⁻¹⁷ En Checoslovaquia y Bulgaria se realizan estudios encaminados a la implementación del modelo en los sistemas de vigilancia epidemiológica nacionales.¹⁸

En Cuba se han realizando algunas investigaciones preliminares para la obtención de algunos parámetros básicos que con forman el modelo como los coeficientes de

afluencia por territorio y día de la semana, las tasas secundarias de ataque características, la relación entre la etiología del brote y el momento probable de aparición del pico y otras.

MATERIALES Y METODOS

El modelo local Rvachev-Baroyan se reduce a la solución del problema de Cauchy para el sistema de ecuaciones integro-diferenciales siguientes:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = - \frac{\lambda}{p} x(t) \int_0^T y(\tau, t) g(\tau) d\tau$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial \tau} = 0$$

$$y(0, t) = \frac{\lambda}{p} x(t) \int_0^T y(\tau, t) g(\tau) d\tau$$

$$x(0) = \alpha p, \quad y(\tau, 0) = a(\tau)$$

$$\tau = 1, 2, \dots, 6$$

donde:

$x(t)$ es la cantidad de susceptibles, $y(\tau, t)$ la cantidad de infectados en el estadio τ , $g(\tau)$ la tasa de ataque secundario, p el volumen de población, λ la virulencia del agente, α la proporción de susceptibles, T el largo del período infectivo y $a(\tau)$ notificaciones de casos durante los 5 ó 6 primeros días de detección de la epidemia.

Transformaciones algebraicas elementales y deducciones lógicas del proceso le dan a la ecuación del modelo la siguiente forma en su versión discreta:

$$y(0, t+1) = \frac{\lambda}{p} x(t) \sum_{\tau=0}^T y(\tau, t) g(\tau)$$

Transformaciones algebraicas reducen las condiciones iniciales del problema a la cantidad de notificaciones de casos que se producen durante los 5 ó 6 primeros días de detección de la epidemia por el sistema de vigilancia y el momento aproximado en que debe aparecer el pico en dependencia de la etiología del brote.

Este modelo fue implementado en una computadora personal IBM XT con 512 Kb de memoria operativa, reloj de 8 MHz, y una unidad de discos flexibles de 5 1/4 doble densidad, sobre una hoja electrónica de cálculo de manufactura comercial bajo sistema operativo MS/DOS versión 3.10. Los cálculos necesarios consumieron alrededor de 50 min de tiempo de máquina.

RESULTADOS

Se obtuvieron las cantidades esperadas diarias de consultas que se producirían en la Ciudad de La Habana durante la duración de la epidemia cuya extinción fue pronosticada para el 17 de abril. Los resultados se muestran en la Tabla 1, donde se adjuntan los valores observados en las notificaciones de casos de forma diaria. El error de pronóstico se obtuvo mediante el método de mínimos cuadrados de Gauss. En el gráfico 1 se muestra una salida alternativa: la curva de pronóstico de consultas y la curva de notificaciones observada.

CONCLUSIONES

Las cantidades de casos que concurrirían diariamente a los servicios de salud de la Ciudad de La Habana durante el desarrollo de la epidemia estuvieron a disposición de las autoridades del Ministerio de Salud Pública con anticipación suficiente para tomar las medidas necesarias de forma oportuna.

Dada la evidente utilidad práctica del modelo y su costo de operación casi nulo (ya que se apoya en información corriente del sistema), creemos necesario continuar las investigaciones para la implementación del modelo global en Cuba.

TABLA I
Resultados del pronóstico de epidemia de gripe en Ciudad de La Habana en 1984 (con modelo de Rvachev-Baroyan)

| Día | Esperado | Observado |
|-------|----------|-----------|
| 14* | 3 910 | 4 694 |
| 15 | 4 272 | 4 596 |
| 16 | 4 531 | 4 869 |
| 17 | 4 248 | 3 935 |
| 18 | 4 362 | 4 044 |
| 19 | 3 993 | 3 224 |
| 20 | 3 138 | 1 368 |
| 21 | 5 045 | 4 844 |
| 22 | 5 472 | 5 539 |
| 23 | 5 758 | 5 188 |
| 24 | 5 355 | 5 166 |
| 25 | 5 453 | 4 480 |
| 26 | 4 950 | 2 118 |
| 27 | 3 856 | 3 189 |
| 28 | 6 143 | 8 088 |
| 29** | 6 600 | 7 591 |
| 1 | 6 879 | 8 738 |
| 2 | 6 335 | 7 560 |
| 3 | 6 386 | 7 503 |
| 4 | 5 737 | 6 516 |
| 5 | 4 422 | 3 498 |
| 6 | 6 969 | 8 469 |
| 7 | 7 406 | 7 260 |
| 8 | 7 632 | 7 244 |
| 9 | 6 949 | 7 029 |
| 10 | 6 925 | 6 960 |
| 11 | 6 148 | 3 056 |
| 12 | 4 684 | 3 508 |
| 13 | 7 293 | 8 660 |
| 14 | 7 658 | 6 711 |
| 15 | 7 797 | 7 800 |
| 16 | 7 013 | 7 930 |
| 17 | 6 304 | 6 137 |
| 18 | 6 056 | 6 070 |
| 19 | 4 558 | 4 677 |
| 20 | 7 011 | 7 202 |
| 21 | 7 273 | 5 765 |
| 22 | 7 317 | 6 104 |
| 23 | 6 504 | 5 277 |
| 24 | 6 327 | 4 462 |
| 25 | 5 486 | 1 768 |
| 26 | 4 081 | 1 560 |
| 27 | 6 208 | 5 912 |
| 28 | 6 368 | 5 513 |
| 29 | 6 337 | 4 844 |
| 30 | 5 572 | 4 831 |
| 31*** | 5 365 | 4 250 |
| 1 | 4 603 | 4 514 |
| 2 | 3 391 | 1 181 |
| 3 | 5 107 | 3 756 |
| 4 | 5 189 | 3 400 |
| 5 | 5 116 | 3 886 |
| 6 | 4 459 | 2 887 |
| 7 | 4 255 | 3 367 |
| 8 | 3 621 | 1 098 |
| 9 | 2 645 | 1 114 |
| 10 | 3 953 | 4 173 |
| 11 | 3 987 | 3 896 |
| 12 | 3 902 | 4 207 |
| 13 | 3 376 | 3 041 |
| 14 | 3 287 | 3 386 |
| 15 | 2 890 | 2 763 |
| 16 | 1 567 | 1 327 |
| 17 | 850 | 942 |

* febrero; ** marzo y *** abril
error de pronóstico: 12 %

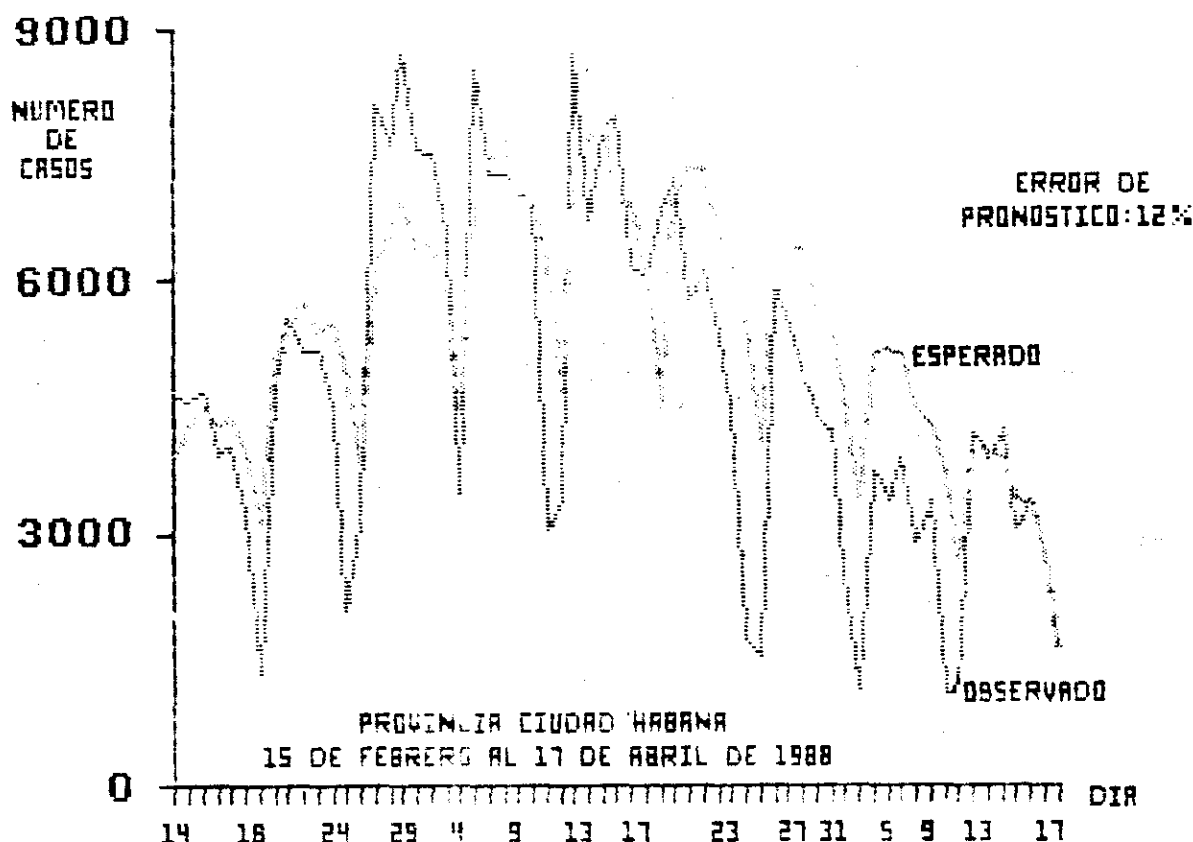


Fig. 1. Pronóstico epidémico de gripe

BIBLIOGRAFIA

1. Baroyan O.V. and Rvachev L.A. *Kibernetika*, 3, 67, 1967.
2. Baroyan O.V. and Rvachev L.A. *Kibernetika*, 3, 75, 1967.
3. Baroyan O.V. and Rvachev L.A. *Journal USSR Medical Sciences Academy*, 23, 32, 1968.
4. Baroyan O.V. and Rvachev L.A. *Journal URSS Medical Sciences Academy*, 23, 35, 1968.
5. Rvachev L.A. *Journal USSR National Science Academy*, 180, 294, 1968.
6. Baroyan O.V. and Rvachev L.A. *Bulletin International Epidemiology Association*, 18, 22, 1969.
7. Baroyan O.V. and Rvachev L.A. Computer modeling of influenza epidemics for large scale systems of cities and territories. Proceedings World Health Organization Symposium on Quantitative Biology, Moscow, 1970.
8. Baroyan O.V. and Rvachev L.A. *Advanced Mathematical Probability*, 3, 224, 1971.
9. Rvachev L.A. *Journal USSR National Science Academy*, 198, 68, 1971.
10. Baroyan O.V. and Rvachev L.A. *Journal Epidemiology Immunology*, 1, 3, 1977.
11. Rvachev L.A. *Journal USSR National Science Academy*, 203, 540, 1972.
12. Baroyan O.V. and Rvachev L.A. *Journal USSR Medical Sciences Academy*, 28, 26, 1973.
13. Rvachev L.A. and Longini I.M. *Mathematical Biosciences*, 75, 3, 1985.
14. Sakino S. Proceedings Institute Statistical Mathematics, 9, 127, 1962.
15. Bailey N.T.J. *The mathematical theory of infectious diseases and its applications*, 2nd edition, Griffin, New York, 1975.
16. Flahault A. Modélisation de la distribution à l'attaque des maladies transmissibles: application à la grippe. DEA Biomathématiques, Octobre 1986.
17. Flahault A. Adaptation du modèle de Rvachev-Baroyan à la simulation d'une épidémie de grippe en France. Revue INSERM, June 1987.
18. Epidemiologicheski nadzor za grippe i prognozirovanie epidemii v stranajchlenaj SEV, Postoyannaya komissiya po sotrudnichestvu v oblasti zabavjranenii, Moskva, 1987.