## Sobre la relación entre la teoría fenomenológica y microscópica de la interacción de los estados partícula-hueco y los estados colectivos en el Ca<sup>40</sup>

F. A. ZHIVOPISTCEV Y J. MOLINA

Instituto de Física Nuclear, Academia de Ciencias de Cuba.

Recibido en: Agosto 1973

ABSTRACT. In this paper, the matricial elements that link the states of the type 1 particle-1 hole with the excited states of the type 1 particle-1 hole established upon the collective state of the negative parity 3- in the Ct40, obtained in the microscopic and collective models, are compared. The agreement between the two methods of descriptions is not reached; therefore, the 3- level in the Ct40 has a complex particle-hole nature and does not behave like a simple superficial nuclear vibration.

RESUMEN. En este trabajo se realiza la comparación entre los elementos matriciales que enlazan los estados del tipo 1 partícula-1 hueco con las excitaciones del tipo 1 partícula-1 hueco construidas sobre el estado colectivo de paridad negativa 3- en el Ca<sup>40</sup>, obtenidos en los modelos microscópico y colectivo. La concordancia entre los métodos de descripción no se obtiene, por lo que se concluye que el nivel 3- en el Ca<sup>40</sup> tiene una naturaleza partícula-hueco compleja y no se comporta como una simple vibración superficial del núcleo.

## INTRODUCCION

En la teoría del núcleo atómico tiene gran importancia el problema de la estructura de las resonancias gigantes. La interpretación teórica más simple de las resonancias gigantes, según la teoría microscópica, se da por el modelo partícula-hueco.<sup>1,2</sup> En los últimos años ha sido investigada en varios artículos<sup>3,4</sup> la influencia de los estados colectivos más bajos, con paridad positiva y negativa, sobre la estructura de las resonancias gigantes. Ha sido demostrado que la relación entre los estados 1 partícula-1 hueco construidos sobre estados colectivos más bajos, cuadripolar y octopolar, conduce a una gran desintegración de la resonancia gigante.

De esta forma, en esos artículos se fundamentan microscópicamente los cálculos realizados por Balashov<sup>5</sup> y Iudin<sup>6</sup> en los que la relación mencionada con los estados colectivos se analiza según el modelo fenomenológico.

En la teoría microscópica de la interacción de los estados 1 partícua-1 hueco con los estados del tipo 2 partículas-2 huecos, el elemento matricial  $V_{ph,\,2p\,2h}$  viene dado por la fórmula (7).

$$<\bar{\mathbf{j}}_{1}'\,\mathbf{j}_{2}'\,\mathbf{Y}'\,;\bar{\mathbf{q}}'p\,\mathbf{I}\,;\mathbf{Y}\,|\,\mathbf{V}\,|\,\bar{\mathbf{j}}_{2}\,\mathbf{j}_{2}\mathbf{Y}> = \delta_{_{1}\,\hat{\mathbf{i}}}(-1)^{\,\mathbf{Y}+\mathbf{Y}'+\mathbf{I}+1}\,(\hat{\mathbf{I}}\,\hat{\mathbf{Y}})^{\,\mathbf{y}_{2}}\,.$$

$$\cdot\mathbf{W}\,\left(\mathbf{j}_{1}\,\mathbf{Y}'\,\mathbf{j}_{2}\,\mathbf{I}\,;\mathbf{j}_{2}'\,\mathbf{Y}\right) <\bar{\mathbf{q}}\,\mathbf{p}\,\mathbf{I}\,|\,\mathbf{V}\,|\,\bar{\mathbf{j}}_{2}'\,\mathbf{j}_{2}\,\mathbf{I}> + \delta_{_{\mathbf{q}}\,\mathbf{j}_{1}}\,(-1)\,(\hat{\mathbf{I}}\,\hat{\mathbf{Y}}')^{\,\mathbf{y}_{2}}\,.$$

$$\cdot\mathbf{W}\,\left(\mathbf{j}_{1}\,\mathbf{I}\,\mathbf{j}_{2}\,\mathbf{Y}'\,;\mathbf{P}\,\mathbf{Y}\right) <\bar{\mathbf{j}}_{1}'\,\mathbf{j}_{2}'\,\mathbf{Y}\,|\,\mathbf{V}\,|\,\bar{\mathbf{p}}\,\mathbf{j}_{2}\,\mathbf{Y}'> -$$

$$-\delta_{_{\mathbf{j}_{2}}\mathbf{j}_{2}'}\,(-1)^{\,\mathbf{Y}+\mathbf{Y}'+\mathbf{j}'+\mathbf{j}_{1}}\,(\hat{\mathbf{I}}\,\hat{\mathbf{Y}}')^{\,\mathbf{y}_{2}}\,\mathbf{W}\,\left(\mathbf{j}_{2}\,\mathbf{Y}\,\mathbf{j}_{1}'\,\mathbf{I}\,;\mathbf{j}_{1}\,\mathbf{Y}'\right) <\bar{\mathbf{q}}\,\mathbf{p}\,\mathbf{I}\,|\,\mathbf{V}\,|\,\bar{\mathbf{j}}_{1}\,\mathbf{j}_{1}'\,\mathbf{I}> -$$

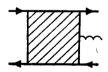
$$-\delta_{_{\mathbf{j}_{2}}\mathbf{p}}\,(-1)^{\,\mathbf{Y}'+\mathbf{j}_{1}+\mathbf{q}}\,(\hat{\mathbf{I}}\,\hat{\mathbf{Y}})^{\,\mathbf{y}_{2}}\,\mathbf{W}\,\left(\mathbf{j}_{2}\,\mathbf{Y}\,\mathbf{q}\,\mathbf{Y}'\,;\,\mathbf{j}_{1}\,\mathbf{I}\right) <\bar{\mathbf{j}}_{1}'\,\mathbf{j}_{2}'\,\mathbf{Y}\,|\,\mathbf{V}\,|\,\mathbf{j}_{1}\,\bar{\mathbf{q}}\,\mathbf{Y}'>$$

donde los elementos matriciales  $<\overline{j}_1$   $j_2$   $I \mid V \mid \overline{j}_2'$   $j_2'$  I> se calculan según el model orbital.

Veamos los elementos matriciales que enlazan los estados 1 partícula-1 hueco con las excitaciones del tipo 1 partícula-1 hueco sobre el estado colectivo de paridad negativa  $I^{\pi}=3^{-}$ , o sea, con los estados del tipo  $|\operatorname{PhY}';3^{-};Y>$ , donde

$$\mid 3^{-}> = \sum_{\overline{q}p} \left[ (-1)^{p+\frac{1}{2}} X_{\overline{q}p} + (-1)^{q+\frac{1}{2}} Y_{\overline{q}p} \right] \mid \overline{q}p >$$

Si se representa por



el elemento matricial analizado, entonces, el cálculo se puede limitar<sup>3,4</sup> a la aproximación:

donde



es el elemento matricial exacto que enlaza 1 partícula-1 hueco con el estado colectivo.

En este caso obtenemos

$$\begin{split} &<\bar{\mathbf{j}}_{1}\,\mathbf{j}_{2}\,\mathbf{Y}\,|\,\mathbf{V}\,|\,\bar{\mathbf{j}}_{1}'\,\mathbf{j}_{2}'\,\mathbf{Y}'\,;\,\mathbf{3}^{-}\,;\,\mathbf{Y}> = \sum_{\overline{\mathbf{q}}\,\mathbf{p}}\{\,(-1)^{\,\mathbf{p}+\,\mathbf{y}_{2}}\,\mathbf{X}_{\overline{\mathbf{q}}\,\mathbf{p}}\,+\,(-1)^{\,\mathbf{q}+\,\mathbf{y}_{2}}\,\mathbf{Y}_{\overline{\mathbf{q}}\,\mathbf{p}}\}\cdot\\ &\cdot\{\delta_{\mathbf{j}_{1}\mathbf{j}_{1}'}(-1)^{\,\mathbf{Y}+\,\mathbf{Y}'+\,\mathbf{I}+\,\mathbf{1}}\,(\hat{\mathbf{I}}\,\hat{\mathbf{Y}}')^{\,\mathbf{y}_{2}}\,\mathbf{W}\,(\mathbf{j}_{1}\,\mathbf{Y}'\,\mathbf{j}_{2}\,\mathbf{I}\,;\,\mathbf{j}_{2}'\,\mathbf{Y})<\bar{\mathbf{q}}\,\mathbf{p}\,\mathbf{I}\,|\,\mathbf{V}\,|\,\bar{\mathbf{j}}_{2}'\,\mathbf{j}_{2}\,\mathbf{I}> - \\ &-\delta_{\mathbf{j}_{1}\mathbf{j}_{2}'}(-1)^{\,\mathbf{Y}+\,\mathbf{Y}'+\,\mathbf{j}_{1}'+\,\mathbf{j}}\,(\hat{\mathbf{I}}\,\hat{\mathbf{Y}}')^{\,\mathbf{y}_{2}}\,\mathbf{W}\,(\mathbf{j}_{2}\,\mathbf{Y}\,\mathbf{j}_{1}'\,\mathbf{I}\,;\,\mathbf{j}_{1}\,\mathbf{Y}')<\bar{\mathbf{q}}\,\mathbf{p}\,\mathbf{I}\,|\,\mathbf{V}\,|\,\bar{\mathbf{j}}_{1}\,\mathbf{j}_{1}'\,\mathbf{I}>\} \end{split}$$

donde

X<sub>qp</sub>, Y<sub>qp</sub> son las componentes de la función de onda del estado colectivo en la aproximación de las fases caóticas.<sup>8</sup> Después de algunas transformaciones, la expresión (3) se puede escribir en la forma siguiente (donde se tiene en cuenta sólo el aporte de las fuerzas de Wigner)

$$\langle \vec{j}_{1} \vec{j}_{2} Y | V | \vec{j}'_{1} \vec{j}'_{2} Y' ; I ; Y \rangle = g \pi^{-3/2} (8 \rho^{3})^{-1} \alpha(0) \cdot$$

$$\cdot [(-1)^{j'_{2} - \frac{1}{2}} (\hat{j}_{2} \hat{j}'_{2})^{\frac{1}{2}} \langle j_{2} + \frac{1}{2} | IO \rangle \langle l_{2} | F_{I}^{W} (r) | l'_{2} \rangle \cdot$$

$$\cdot W (\vec{j}_{1} Y' \vec{j}_{2} I ; \vec{j}'_{2} Y) \delta_{\vec{j}_{1} \vec{j}'_{1}} - (-1)^{\vec{j}'_{1} - \frac{1}{2}} (\hat{j}_{1} \hat{j}'_{1})^{\frac{1}{2}} \langle j | \frac{1}{2} j'_{2} | IO \rangle$$

$$\langle l_{1} | F_{I}^{W} (r) | l'_{1} \rangle W (\vec{j}_{2} Y \vec{j}'_{1} I ; \vec{j}_{1} Y') \delta_{\vec{j}_{1} \vec{j}'_{2}} \}$$

$$(4)$$

donde g es la constante de la interacción par del tipo delta;

 $\rho$ , el radio oscilatorio;  $\alpha = 0.135$ ,

$$\alpha(0) = -(1 - 4\alpha)$$
 para partículas idénticas  $\alpha(0) = -(2 - 2\alpha)$  para partículas diferentes;

 $F_{I}^{W}$  (r) es el form-factor, cuya estructura se determina por la función de onda de la excitación colectiva  $I^{\pi}$ :

$$F_{I}^{W}(r) = \sum_{q p} \{ (-1)^{p + \frac{1}{2}} X_{qp} + (-1)^{q + \frac{1}{2}} Y_{qp}^{-} \} (2 I + 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2$$

El aporte del término  $\sigma \cdot \sigma$  en la interacción es pequeño, en comparación con el del término fundamental, si la función de onda del estado colectivo  $I^{\pi}$  en el modelo microscópico del núcleo se caracteriza por un fuerte grado de colectividad, o sea, cuando la función de onda del estado  $I^{\pi}$  se aproxima a la función de onda en el modelo generador.<sup>5</sup>

En el modelo fenomenológico del núcleo, el elemento matricial de interacción análogo tiene la forma:<sup>6</sup>

$$\langle \vec{j}_{1} \ \vec{j}_{2} \ Y \ | \ V \ | \ \vec{j}_{1}' \ \vec{j}_{2} \ Y' \ ; I \ ; Y \rangle = \left( h \omega_{I} \ \hat{j}_{2}' \ \hat{j}_{2}' \right)^{\gamma_{2}} \left( 2 \ I + 1 \right)^{\gamma_{2}} \left( 2 \ C_{I} \ \pi \right)^{-\gamma_{2}} \cdot V_{0} \left( -1 \right)^{j_{2}' - \gamma_{2}} \left\{ \langle l_{2} \ | \ F_{I}^{V} \ (r) \ | \ l_{2}' \rangle \delta_{j_{1}j_{1}'} W \ (j_{1} \ Y' \ j_{2} \ I \ ; j_{2} \ Y \right) \cdot \langle j_{2} \ l_{2}' \ j_{2}' - l_{2}' \ | \ IO \rangle - \langle l_{1} \ | \ F_{I}^{V} \ (r) \ | \ l_{2}' \rangle \delta_{j_{2}j_{2}'} W \ (j_{2} \ Y \ j_{1}' \ I \ ; j_{1} \ Y' \right) \cdot \langle j_{2} \ l_{2}' \ j_{2}' - l_{2}' \ | \ IO \rangle \right\}$$

$$(6)$$

donde  $\mathbf{F}_{\scriptscriptstyle \rm I}^{\scriptscriptstyle V}$  es el form-factor

$$F_{I}^{V}(r) = (2I + 1)^{-1/2} r V_{0}^{-1} \frac{dV}{dr} ws$$

y Vws es el potencial de Wood-Saxon;

$$(h\omega_{I}/2C_{I})^{1/2} = \beta_{I}(2I+1)^{-1/2}$$

 $\beta_{\rm I}$  es el parámetro de deformación, que se halla de la expresión:

$$B(E_{0\rightarrow I}^{I}) = (-1)^{2I} \beta_{I}(\hat{I}^{2})^{-1}$$

de la magnitud B(E I) conocida experimentalmente (B(E I) es la probabilidad reducida de transición del estado I).

## RESULTADOS Y GONCLUSION

Comparando las expresiones (4) y (6) se puede realizar la correspondencia entre los parámetros de los modelos analizados:

$$(\pi)^{-1/2} \beta_{\rm I} V_0 < F_{\rm I}^{\rm V} > \rightleftharpoons g \alpha(0) (8 \pi^{3/2} \rho^3)^{-1} < F_{\rm I}^{\rm W} >$$
 (7)

Introduciendo el parámetro  $G = g(4\pi^2 \rho^3)^{-1}$  ([G] = mev), la fórmula (7) se escribe así:

$$(\pi)^{-\frac{1}{2}} \beta_{I} V_{0} < F_{I}^{V} > \rightleftharpoons (\pi)^{\frac{1}{2}} 2^{-\frac{1}{2}} G \alpha(0) < F_{I}^{W} >$$
 (8)

o sea,

$$\beta_{\rm I} \rightleftarrows \pi \ G \ \alpha(0) \ (2V_0)^{-1} < F_{\rm I}^{\rm W} > / < F_{\rm I}^{\rm V} >$$

Partiendo de los valores de  $X_{qp}^-$  y  $Y_{pq}^-$  fue construido el gráfico de  $F_{3-}^W$  (r/ $\rho$ ) (Fig. 1) para el núcleo de Ca<sup>40</sup>,

$$F_{3-}^{W}(r/\rho) = -1.375 (1f \cdot 1s) - 0.853 (2p \cdot 1d) + +1.667 (1f \cdot 1d) - 0.3055 (1p \cdot 1d)$$

En la misma figura se muestra (en unidades relativas) el gráfico de  $F_{3-}^v(r/\rho)$ , donde los parámetros del potencial.

$$V_{WS} = V_0 e^{(\rho x - R)/a} (1 + e^{(\rho x - R)/a})^{-1}; \qquad x = r/\rho$$

para el Ca<sup>40</sup> se tomaron en la forma:

a = 0.68 F

 $V_0 = 50.00 \text{ mev}$ 

R = 4.46 F

 $\rho = 1.80 \, \text{F}$ 

Como se puene apreciar de la (Fig 1), los dos form-factors divergen fuertemente. La coincidencia se obtiene sólo con una gran variación de los parámetros ( $\rho = 2.7$  F y una variación del 30% en los coeficientes de  $F_{3-}^{W}$ ) (Fig. 2).

Por otro lado, esta variación de los parámetros conduce a una divergencia total en el coeficiente de deformación  $\beta_3$ . Para la concordancia (con  $\rho = 2.7$  F) debe ser 0.072, mientras en realidad

$$\beta_{3-} = [(2I + 1)h \omega_{3-} / 2C_3]^{\frac{1}{2}} = 0.191$$

con una divergencia del 50%.

De esta forma, llegamos a la conclusión de que el estado colectivo 3<sup>-</sup> en el núcleo Ca<sup>40</sup> no es exactamente una vibración superficial sino que su naturaleza tiene más bien un carácter partícula-hueco complejo.

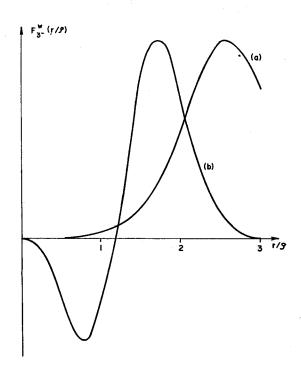


Fig. 1. Form-factors  $F_{3-}^{w}$ ,  $F_{3-}^{v}$  para el núcleo Ca<sup>40</sup>

- a) Modelo colectivo ( $\varrho = 1.8 \text{ F}$ )
- b) Modelo microscópico.

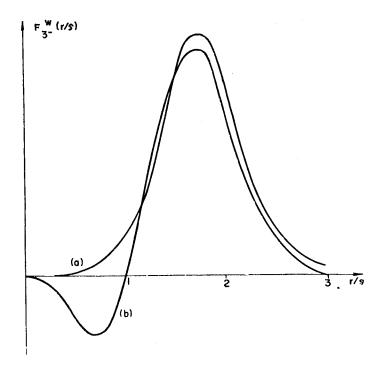


Fig. 2. Form-factors para el núcleo Ca40

- a) Modelo colectivo ( $\varrho = 2.7 \text{ F}$ )
- b) Modelo microscópico (variación de los parámetros en un 30%).

## REFERENCIAS

- 1) Brown G. E. and Bolsterli M. Phys. Rev Let. 3, 472, 1959.
- 2) BALASHOV V. V., SHEVCHENKO V. P., IUDIN N. P., SHETF N. 1, 1929, 1961.
- 3) ZHIVOPISTCEV F. A., MOSKOWSKII B. M., ERV-NAGAR N, IUDIN N. P. VESTNIK M. G. U. 4, 94, 1969.
- 4) Zhivopistcev F. A. v Moskowskii B. M., Tesis en la conferencia internacional de la interacción electromagnética a energías bajas y medias Dubna 100-1968.
- 5) BALASHOV V. V., CHERNOV V. M. ZHETF 43, 227, 1962.
- 6) IUDIN N. P. Izv. A. N. CCCP ser. fis., 26, 1218, 1960.
- 7) ZHIVOPISTCEV F. A., MOSKOWSKII B. M., IUDIN N. P. IZV. A. N. ser. fis. 30, 306, 1966.
- 8) GILLET V., VINH MAU. Nucl. Phys. 54, 321, 1964.